Исследование роста опухолевых клеток при лечении

Математическая модель роста числа опухолевых клеток без лечения

$$\frac{d}{dt}N(t)=N(t)*L(t)$$

где N(t) – численность популяции опухолевых клеток,
L(t)- скорость роста, t – момент времени наблюдения роста опухолевых клеток.

Рост опухолевых клеток может происходить по следующим законам в зависимости от вида функции относительной скорости роста L(t):

Функция Гомпертца:

$$L = a*b*e^{-bt}$$

Степенная функция:

$$L = b/(t+a)$$

Логистическая функция :

$$L = b/(1+e^{-bt/a})$$

Экспоненциальная функция:

$$L = a\,;$$

Математическая модель роста числа опухолевых клеток при лечении

$$\frac{d}{dt}N(t) = N(t) * L(t) - g * N(t) * \Theta(t - t_1) * \Theta(t_2 - t)$$

где N(t) – численность популяции опухолевых клеток,
L(t)- относительная скорость роста опухоли,
t – момент наблюдения роста опухолевых клеток,
t_1 - момент начала действия лечебного воздействия,
t_2 - момент окончания действия лечебного воздействия,
a - параметр эффективности лечения,

$$\theta(\tau) = \begin{cases} 0 & \tau < 0 \\ 1 & \tau \geq 0 \end{cases}$$

Численное решение дифференциального уравнения методом Рунге-Кутта на MATLAB

$$\frac{dy}{dt} = f(t,y) \text{ при начальном условии } y(t_o) = y_0$$

[T,Y]=ode45(@f,[T0,T1],y0,[],…)

f – имя функции, написанной на языке MATLAB для вычисления значений правой части уравнения $f(t,y)$, T0 – начальный момент времени, T1 – конечный момент времени интервала, на котором вычисляется решение уравнения, y0 – начальное значение решения уравнения, …- совокупность дополнительных параметров, передаваемых функции f. Список параметров функции f должен начинаться с переменных t – время и y – значение функции.

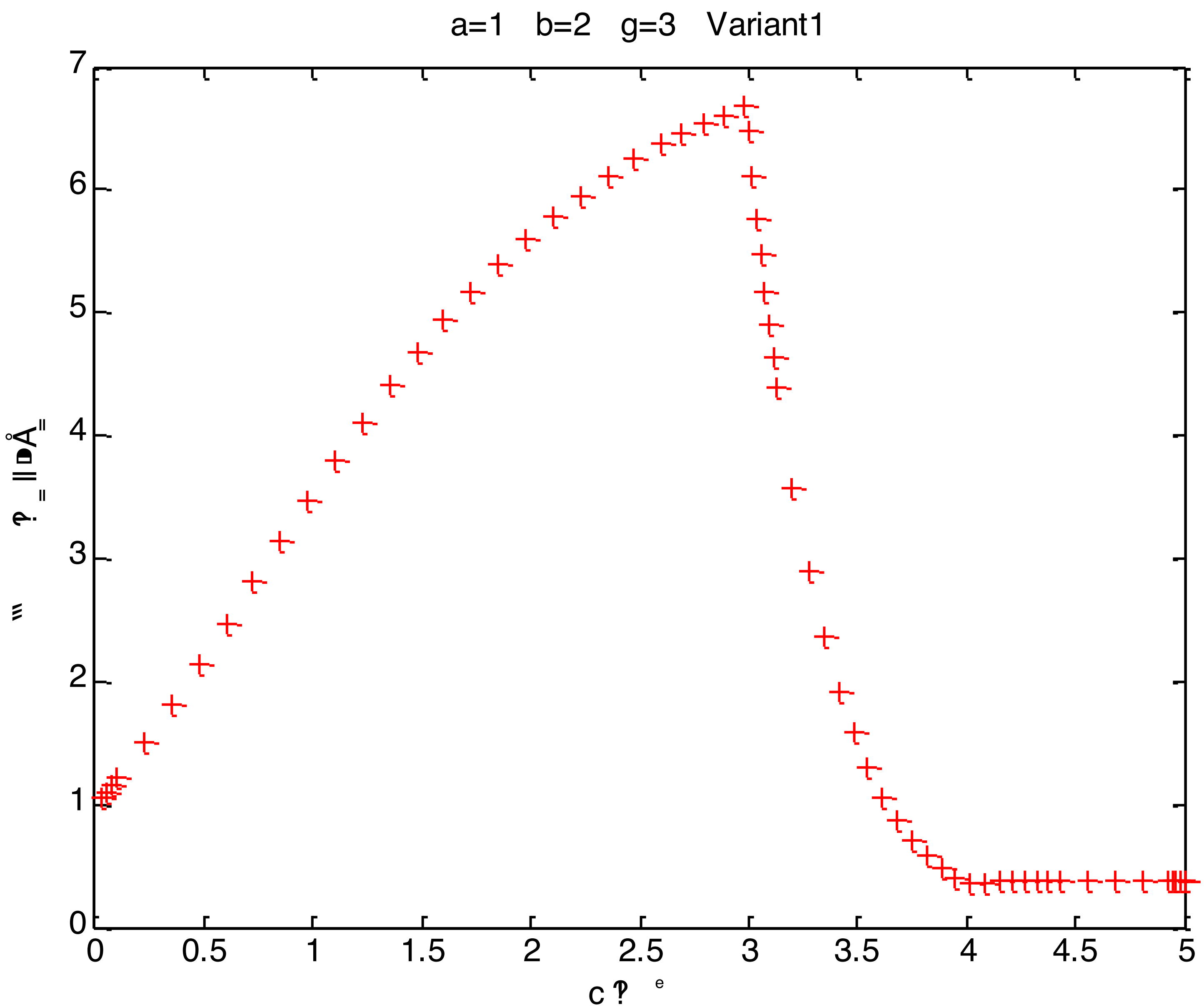
В результате работы процедуры ode45 формируется массив моментов времени T (процедура сама выбирает эти моменты времени из соображения достижения заданной точности решения) и массив значений решения дифференциального уравнения в эти моменты времени Y.

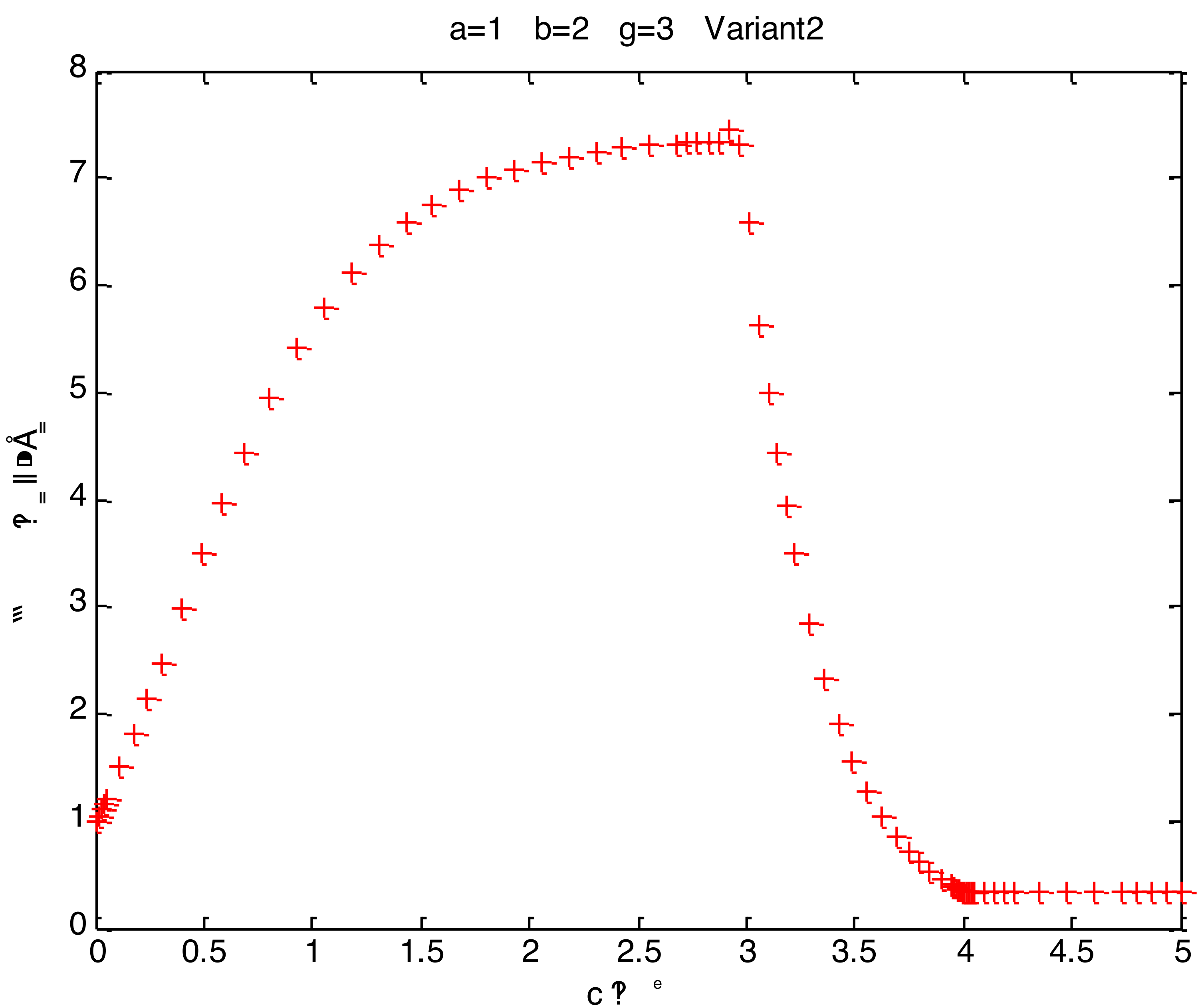
Если вместо [T0,T1] явно задать массив значений времени T, то выходом процедуры будет пара [T,Y].

```
%   Варианты:
%
%   1) Гомпертц:  L=a*b*exp(-bt);                        a=1; b=2
%   Точное решение: y=y0*exp(-a*(exp(-bt)-1))
%
%   2) Степенная:            L = b/(t+a);                 a=1; b=2
%   Точное решение: y=y0(t+a)^b
%
%   3) Логистическая:        L = b/(1+exp(-bt/a) );       a=1; b=2
%   Точное решение: y=y0(1+exp(bx/a))^a/2^a
%
%   4) Экспененциальная: L = a;                           a=1;
%   Точное решение: y=y0*exp(at)
%

%  t1=3; начало действия лечебного воздействия
%  t2=4; окончание действия лечебного воздействия
%  g=3;  эффективность лечения
```

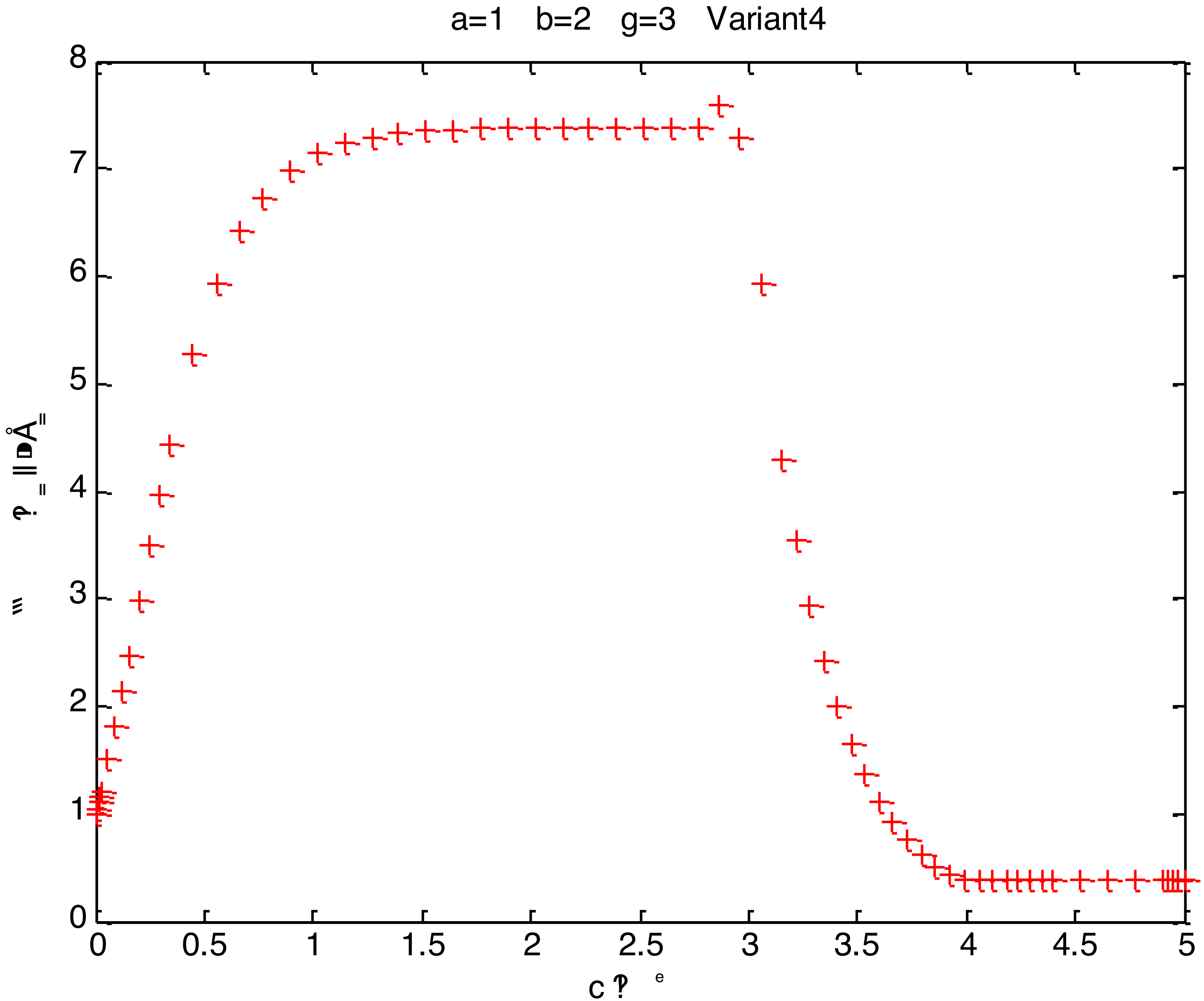
```
function [z]=fxy(x,y,variant,a,b,t1,t2,g)
%
% Вычисление правой части уравнения
% dy/dx=f(x,y)-g*y*O(t-t1) *O(t2-t)
%
%  t1 - начало действия лечебного воздействия
%  t2 - окончание действия лечебного воздействия
%  g  - эффективность лечения

if variant==1 z=y*a*b*exp(-b*x); end            %   Гомпертца:      L=a*b*exp(-bt);
if variant==2 z=y*b./(x+a); end                 %   Степенная: L = b/(t+a);
if variant==3 z=y*b/(1+exp(-b*x/a)); end        %   Логистическая: L = b/(1+exp(-bt/a) );
if variant==4 z=y*a; end                        %   Эксепененциальная: L = a;

% эффект лечения
if t1<=t&t<=t2
            z=z-g*y;
end
```

```
% решение уравнения
    [T,Y] = ode45(@fxy,[0,5],1,[],a,b,variant,t1,t2,g);
%
% графическое представление результата
%
figure
plot(T,Y,'+r')   % кривая роста опухоли

xlabel('Время');
ylabel('Размер опухоли')

% заголовок
title(['a=',num2str(a),'   b=',num2str(b),'   g=',num2str(g)])
```


a=1 b=2 g=3 Variant1
7
6
5
4
3
2
1
0
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5



a=1 b=2 g=3 Variant2
0
1
2
3
4
5
6
7
8
0.5
1.5
2.5
3.5
4.5


a=1 b=2 g=3 Variant4
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
1
2
3
4
5
6
7
8